Über Versuche mit einem Gerät zur unmittelbaren Messung der Luftdichte

---

Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde

genehmigt von der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

WALTER KÜNZEL
aus
Wüstewaltersdorf.

Tag der Promotion: 10. September 1937
Tag der mündlichen Prüfung: 23. Juni 1937

1937

Druck: Druckerei Holz, Berlin SW 68, Wilhelmstr. 119—20.

N 47

Referenten:

Professor Dr. H. von Ficker.

Professor Dr. A. Defant.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

INHALT.

Seite

I. Einleitung 5
Zweck der Untersuchungen
Formeln für die Ermittlung der Feuchtigkeit aus ϱ, p und T.

II. Versuchsanordnung.
a) Das Prinzip des Ranarex-Gerätes 7
b) Beschreibung des Versuchsgerätes 10
c) Meßformeln 14

III. Meßergebnisse 16

IV. Kritik der Messungen 26
Mängel des Versuchsgerätes.

V. Verbesserungsvorschläge 30

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41535713_0159

I. Einleitung.

In der praktischen Meteorologie wird der jeweilige, lokale Zustand der Atmosphäre durch Messungen ihres Druckes, ihrer Temperatur und ihres Feuchtegehaltes bestimmt. Das spezifische Gewicht der Luft kann zwar nach bekannten Methoden im Laboratorium ermittelt werden, aber brauchbare Geräte für die Praxis zur unmittelbaren, fortlaufenden Beobachtung dieser Größe sind bisher nicht bekannt geworden. Deshalb muß sie dort, wo ein spezielles Interesse an dem Wechsel der Luftdichte besteht, jeweils mittelbar aus den Messungen des Druckes, der Temperatur und der Feuchte berechnet bzw. aus Tabellen[1]) aufgesucht werden. Da aber jede dieser Zustandsvariablen selbst mit einem mehr oder weniger großen Meßfehler behaftet ist, der besonders bei der Feuchte nicht unbeträchtlich sein kann, so besitzt der auf einem solchen Wege ermittelte Wert für die Dichte der Luft keine sehr große Zuverlässigkeit.

Das Massenfeld der Atmosphäre ist bestimmt durch die jeweilige Verteilung des spezifischen Gewichtes in ihr. Abgesehen von anderen Störungseinflüssen kann in den einzelnen, atmosphärischen Schichten nur dann Gleichgewicht bestehen, wenn die Flächen gleichen spezifischen Gewichtes parallel zu den Aequipotentialflächen der Schwere verlaufen. Schneiden sich diese Flächen in irgendwelchen Teilen der Atmosphäre, so treten Kräfte auf, die im Sinne einer Annäherung an den Gleichgewichtszustand wirksam werden, wobei die hierdurch in Bewegung gesetzten Luftmassen durch die Erdrotation abgelenkt werden. Es wäre denkbar, daß ein Gerät, das in einfacher Weise und mit großer Genauigkeit das spezifische Gewicht der Luft angibt, das Studium des Massenfeldes der Atmosphäre mehr als bisher in den Vordergrund treten ließe und hierdurch dazu beitrüge, die verwickelten Vorgänge in der Atmosphäre möglichst vielseitig zu erfassen.

Ein weiterer Vorteil eines solchen Gerätes zur unmittelbaren (einfachen und genauen) Bestimmung der jeweiligen Luftdichte wäre in der Möglichkeit zu sehen, in Verbindung mit den Messungen des Druckes und der Temperatur den Feuchtegehalt der Luft bestimmen

[1]) Vergl. etwa Dr. S. Riefler, Tabellen der Luftgewichte, Berlin 1912.

zu können. Denn ebenso, wie die Dichte der Luft sich aus den Messungen des Druckes, der Temperatur und der Feuchte ermitteln läßt, ist auch umgekehrt die jeweilige Feuchte durch den Druck, die Temperatur und das spezifische Luftgewicht umschrieben. Fortlaufend beobachten und registrieren läßt sich die Feuchte bisher nur durch das Haarhygrometer. Die Angaben des Haarhygrometers sind jedoch recht wenig verläßlich, insbesondere dann, wenn sie nicht ständig kontrolliert werden. Außerdem versagen alle hygrometrischen Geräte, wenn der Wasserdampf übersättigt ist. Hier wäre es deshalb sehr erwünscht, ein Gerät verwenden zu können, das die Feuchte in allen Bereichen mit einer angebbaren, ausreichenden Genauigkeit zu ermitteln gestattet. Unter der Voraussetzung, daß Druck und Temperatur genau abgelesen werden, wäre für eine ausreichend genaue Bestimmung des Feuchtegehaltes auch bei den niederen Temperaturen etwa die Forderung zu stellen, daß das Gewicht der Luft von $1 m^3$ bis auf 10^{-4} kg zuverlässig festgestellt werden kann. Dies ist meßtechnisch ohne besondere Schwierigkeiten durchzuführen.

Bezeichnet p den Druck, T die absolute Temperatur, ϱ das spezifische Gewicht der Luft, R_1 die spezifische Konstante des Wasserdampfes und R_2 die der Luft, so ist die spezifische Feuchte s bestimmt durch die Beziehung

$$s = \frac{\frac{p}{\varrho \cdot T} - R_2}{R_1 - R_2} \qquad (1)$$

Dieser Ausdruck setzt allerdings die Gültigkeit der Gesetze vollkommener Gase voraus. Die Abweichungen hiervon sind aber bei den in Frage kommenden Zustandsbereichen sowohl bei der Luft wie bei dem Wasserdampf zu vernachlässigen.

Aus (1) kann bekanntlich ohne weiteres die Spannung e des Wasserdampfes mittels der Gleichung

$$e = \frac{s \cdot p}{0.623 + 0.377\, s} \sim \frac{s \cdot p}{0.623} \qquad (2)$$

festgestellt werden. Bezeichnet E den Sättigungsdruck des Wasserdampfes für die jeweils gemessene Temperatur, so ist die relative Feuchte f in % dann bekanntlich durch

$$f = 100 \frac{e}{E} \qquad (3)$$

gegeben.

Von besonderer Bedeutung ist die Ermittlung des Luftgewichtes für die Ballistik. Hier erscheint es besonders angebracht, nach einem praktisch brauchbaren Verfahren zu suchen, das die bisherige um-

ständliche, mittelbare Bestimmung des Luftgewichtes aus Druck, Temperatur und Feuchte durch eine unmittelbare, einfache Messung dieser Größe ersetzt. Die Genauigkeitsansprüche, die vom Standpunkt der Ballistik aus an ein solches Gerät zu stellen wären, sind ganz wesentlich geringer, als sie bei der oben behandelten Bestimmung der Feuchte aus der Luftdichte geltend gemacht werden müßten.

Ein solches Verfahren zur unmittelbaren Messung der Luftdichte bzw. des Luftgewichtes soll hier beschrieben werden. Wie die später mitgeteilten Meßreihen zeigen, dürfte das verwendete Versuchsgerät bereits den Genauigkeitsanforderungen entsprechen, die zur Zeit von der Ballistik gestellt werden. Es kann sowohl anzeigend wie registrierend verwendet werden. Es dürfte nur eine Frage zweckmäßigen Ausbaus sein, um hiermit auch den Genauigkeitsgrad zu erreichen, der für eine ausreichende, zuverlässige Bestimmung der Feuchte erforderlich ist. Ein solcher Weg wird am Schlusse der Arbeit nachgewiesen.

II. Versuchsanordnung.

a) Das Prinzip der Ranarex-Gaswaage.

In der Technik sind aus einem bestehenden Bedürfnis heraus mehrere Verfahren zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes bzw. der Dichte von Gasen entwickelt und in die Praxis eingeführt worden. So wird beispielsweise das Gewicht eines irgendwie begrenzten Gasvolumens mit einem gleichgroßen Luftvolumen verglichen und die Gewichtsdifferenz zwischen ihnen festgestellt, wie etwa bei der Lux'schen Gaswaage[2]), oder bei der Gaswaage nach Simmance und Abady[3]). Nach einem anderen Vorschlage wird die Abhängigkeit der Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase aus Düsen von der Dichte ausgenutzt. Nach diesem Prinzip arbeitet der Schilling-Bunsen'sche Ausströmungsapparat[4]), der von Zipperer verbessert worden ist. Hierbei verhalten sich die spezifischen Gewichte zweier Gase wie die Quadrate ihrer Ausflußzeiten. Ein weiterer Weg ist bei der Ranarex-Gaswaage (AEG)[5]) beschritten worden, die wohl zunächst nur für die Rauchgasprüfung entwickelt wurde,

---

[2]) Siehe a) G. Wünsch und H. Rühle, Meßgeräte im Industriebetrieb, Berlin 1936, Seite 261 und b) Dr. Walter Block, Messen und Wägen, Leipzig 1928, Seite 213.

[3]) Siehe 2a) Seite 263 und 2b) Seite 216.

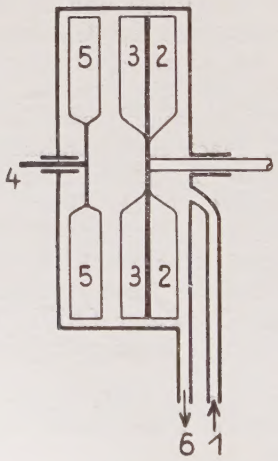
[4]) Siehe G. Wünsch und H. Rühle, Meßgeräte im Industriebetrieb, Berlin 1936, Seite 265 und Dr. Walter Block, Messen und Wägen, Leipzig 1928, Seite 212.

[5]) Siehe G. Wünsch und H. Rühle, Meßgeräte im Industriebetrieb, Berlin 1936, Seite 263, 282, 295.

aber dann auch in der chemischen Industrie ein breiteres Anwendungsgebiet gefunden hat. Diese Waage sei in ihrer Arbeitsweise eingehender erläutert, weil das für die hier besprochenen Versuchsmessusngen benutzte Gerät aus ihr entwickelt worden ist.

Das Prinzipielle dieses Weges beruht darauf, daß dem Meßgase fortlaufend Bewegungsenergie durch einen Elektromotor oder dergl. zugeführt wird. Die Größe der aufgenommenen Bewegungsenergie ist nun bei gleicher Geschwindigkeit verhältnisgleich zu dem spezifischen Gewichte bzw. zu der Dichte des Meßgases. Dieser erteilte Bewegungsimpuls beeinflußt seinerseits wieder mechanisch ein Meßelement, und zwar ebenfalls verhältnisgleich zum spezifischen Gewichte bzw. zur Dichte des Gases. Bei der Ranarexwaage wird nun nicht das absolute (spezifische) Gewicht gemessen, sondern das Verhältnis des Gewichtes des Meßgases zu dem Gewichte einer Luftmenge von gleichem Volumen, gleichem Druck und gleicher Temperatur, wobei die Vergleichsluft ebenfalls Bewegungsenergie aufnimmt und an das Meßelement abgibt. Im einzelnen ist die Ranarexwaage folgendermaßen ausgeführt:

Sie besteht aus zwei Meßkammern, in deren eine das Meßgas eingesaugt wird, während sich in der zweiten Meßkammer die Vergleichsluft befindet. Figur I veranschaulicht den Gasweg der einen

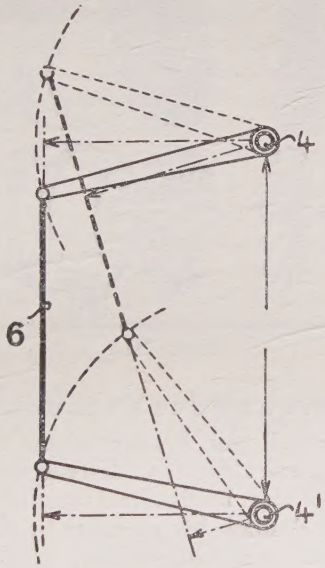


Figur I.

Meßkammer in einem schematischen Schnitt. Das Gas tritt bei 1 in die Kammer ein, wobei die durch einen Elektromotor angetriebene Scheibe auf beiden Seiten Flügelräder (2 und 3) trägt, von denen

das System 2 das Gas ansaugt, das andere System 3 das Gas in Drehung hält und das rotierende Gas dem um die Achse 4 schwingenden Flügelradsystem 5 zutreibt, dem es hierdurch ein seinem spezifischen Gewicht bzw. seiner Dichte verhältnisgleiches Drehmoment erteilt. Aus 6 strömt das Gas wieder ab.

Dem Flügelrad 5 und dessen Drehachse 4 der in Figur I abgebildeten Meßkammer für das Prüfgas entspricht ein Flügelrad 5^1 und dessen Drehachse 4^1 der zweiten Meßkammer für die Vergleichsluft. Die Drehachse 4 und 4^1 der beiden aerodynamisch beeinflußten Flügelradsysteme 5 und 5^1 sind, wie Figur II zeigt, miteinander

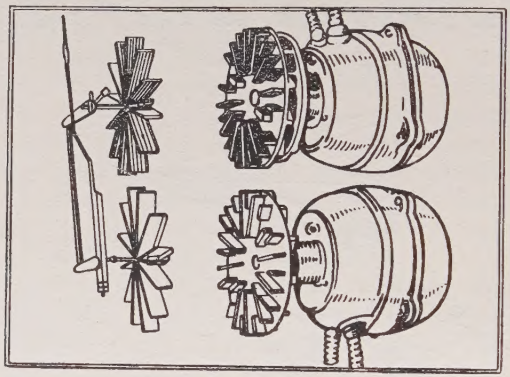


Figur II.

mechanisch gekuppelt, wobei die auf 5 bzw. 5^1 aerodynamisch übertragenen Drehmomente einander entgegengesetzt sind. Die Stange 6 ist etwas kürzer als der Abstand der beiden Achsen 4 und 4^1. Infolgedessen besteht für dieses Kupplungssystem ein Gleichgewichtszustand, bei denen die wirksamen Hebellängen der beiden Systeme in Bezug auf die Stange 6 sich wie die Gasdichten in den beiden Meßkammern verhalten. Ein auf der Achse 4 angebrachter Zeiger zeigt dann über einer Skala die (relative) Gasdichte an.

Figur III zeigt das Zusammenspiel der beiden Meßaggregate für das Meßgas und die Vergleichsluft, deren jedes hier durch einen gesonderten Drehstrommotor angetrieben wird. Beide aerodynamisch

beeinflußten Meßräder wirken mit ihren, den bezüglichen Gasdichten verhältnisgleichen, einander entgegengesetzten Drehmomenten auf die bereits in Figur II dargestellte Kupplung und verschieben bei einer Aenderung des Quotienten beider Gasdichten solange und in einem solchen Sinne die Kupplungsstange, bis für beide Meßräder das Produkt aus Drehmoment und wirksamer Hebellänge, bezogen auf die Kupplungsstange, bei entgegengesetztem Vorzeichen genau die gleiche absolute Größe hat.



Figur III.

b) Beschreibung des Versuchsgerätes.

Der besondere Vorteil der Ranarexwaage liegt darin, daß die Stellkräfte der Anzeige aus Unterschieden des spezifischen Gewichtes mit dem Energieinhalt der fortlaufend motorisch erzeugten Luftwirbel zunehmen und deshalb bis zu einer in der Meßtechnik sonst ungewöhnlichen Stärke gebracht werden können. Dieser Vorzug der Ranarexwaagen ließ es erhoffen, daß sich auf diesem Wege auch ein Gerät zur Messung der absoluten Größe des jeweiligen Luftgewichtes entwickeln lassen würde, das für die Praxis ausreichend einfach und zuverlässig wäre.

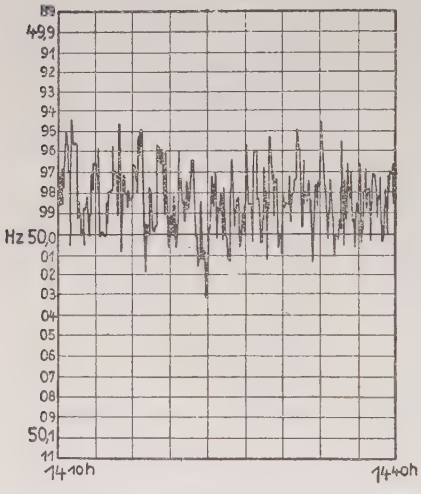
Bevor die Durchbildung eines derartig absolut messenden Gerätes in Angriff genommen wurde, wurden zunächst erst einige Vorversuche aufgenommen, um festzustellen, ob das nebenbei verfolgte Ziel eines einfachen und zuverlässigen Feuchtigkeitsmessers nicht schon mittels der relativ messenden Ranarexwaage zu erreichen war. Denn diese Aufgabe erschien zunächst recht einfach und verlockend, umsomehr, als sich hierbei die Feuchtigkeit zur unmittelbaren Meßgröße machen ließ, während sie aus Messungen des absoluten Luftgewichtes nur mittelbar bei gleichzeitigen Messungen des Druckes und der Temperatur erhalten werden konnte. Es wäre

zur Durchführung einer solchen Feuchtigkeitsmessung lediglich erforderlich, die eine Meßkammer der Ranarexwaage mit feuchter, die andere Meßkammer mit getrockneter Luft zu speisen, wobei die Trocknung durch eine Chlorcalciumpatrone erreicht werden konnte, durch welche die Luft der einen Kammer anzusaugen war. Die Anzeige hätte dann unmittelbar die spezifische Feuchte ergeben. Nach Mitteilung der AEG waren aber derartige Versuche mit der Ranarexwaage bereits mehrfach angestellt worden, ohne daß ein solches Gerät für die Praxis hätte brauchbar gemacht werden können. Trotzdem von der AEG eine besonders empfindliche Waage für die Messungen zur Verfügung gestellt wurde, gelang es nicht, zu befriedigenden Ergebnissen zu kommen. Die Einstellung des Zeigers war recht veränderlich, was sich vielleicht durch eine ungenügende und ungleichmäßige Trocknung der Luft der einen Seite durch die Chlorcalciumpatrone erklären ließe. Soviel erschien jedoch sicher, daß ein einwandfrei arbeitender Feuchtigkeitsmesser auf diesem unmittelbaren Wege nur durch sehr eingehende Spezialversuche zu erhalten war. Da aber der Zweck der aufzunehmenden Untersuchungen die Prüfung der Frage war, ob sich ein einfaches Gerät für die unmittelbare, absolute Messung des spezifischen Luftgewichtes entwickeln ließe, so wurde die Frage der unmittelbaren Feuchtigkeitsmessung durch Trocknung der Luft der einen Seite des Ranarexgerätes zurückgestellt.

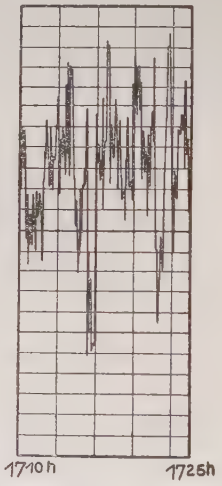
Für ein die Dichte absolut messendes Gerät war naturgemäß nur eine Meßkammer bzw. ein Meßsystem erforderlich. Da das Drehmoment auf das aerodynamisch beeinflußte Meßrad außer von der Dichte noch von der Umdrehungsgeschwindigkeit des primären Wirbelrades abhängt, so mußte für ein solches Gerät ein besonders großer Wert auf einen Antriebsmotor von praktisch unveränderlicher Umlaufzahl gelegt werden, der dieses primäre Wirbelrad antreibt. Da in den modernen Starkstromnetzen die Periodenfrequenz des Wechselstromes sehr angenähert konstant gehalten wird, so erschien es ratsam, einen Synchronmotor als Antriebselement zu verwenden. Figur IV a zeigt beispielsweise graphisch die normale Frequenzschwankung des Berliner Wechselstromnetzes am 19. 5. 1936 in der Zeit von 14^{10}—14^{40} Uhr, welche ungefähr 0.05 Hertz betrug, während Figur IV b die maximale Schwankung der Frequenz, ungefähr 0.14 Hertz, am gleichen Tage in der Zeit von 17^{10}—17^{25} Uhr darstellt. Ein Synchronmotor, der allerdings sehr überdimensioniert war, konnte leihweise von dem Elmowerk der Siemens-Schuckertwerke erhalten werden.

Während bei der Ranarexwaage dem Drehmoment des Meßrades der einen Kammer das Drehmoment des Meßrades der zweiten

Kammer entgegenwirkt und für jede innerhalb des Meßbereiches liegende Gasdichte immer eine bestimmte Gleichgewichtslage der von beiden Meßrädern beeinflußten Kupplungsstange besteht, durch



Figur IV a.

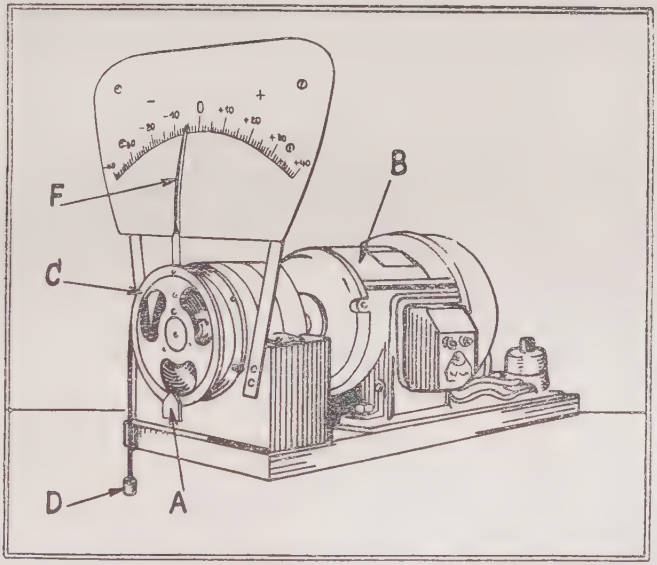


Figur IV b.

Frequenzkurve des Berliner Wechselstromnetzes am 19. 5. 1936.

die der jeweilige Zeigerausschlag bestimmt ist, muß bei der Verwendung nur einer Kammer, wie sie für die vorliegenden Versuchsmessungen geplant war, eine besondere Gegenkraft geschaffen werden, die stets so gerichtet ist, daß sie den aus der Nullstellung herausgetretenen Zeiger wieder in diese Nullstellung zurückzuführen strebt. Dabei ist die Größe dieser Gegenkraft eine Funktion des Ausschlages. Eine solche Gegenkraft hätte sich in einfacher Weise durch eine Spiralfeder herbeiführen lassen, wie dies bei Meßinstrumenten allgemein üblich ist. Im vorliegenden Falle wurde das erforderliche Gegendrehmoment durch ein mit der Meßwelle starr verbundenes und mit ihr schwingendes Gewicht A erzielt. Bei der Drehung der Meßwelle im einen Sinne wird das Gewicht gehoben, bei einer Drehung im anderen Sinne gesenkt, wobei in jedem Falle eine nahezu zum Ausschlage verhältnisgleiche Kraft auftritt, die das Gewicht in die Gleichgewichtsstellung zu führen strebt, in der es die tiefstmögliche Lage hat. Diese Gleichgewichtsstellung bestimmt den Nullpunkt der Meßanordnung, so daß ein mit der Meßwelle schwingender Zeiger in dieser Stellung auf den Nullwert der Skala weisen muß.

Aus der für die Messungen zur Verfügung gestellten Ranarex-waage wurde ein Ventilator und ein Meßrad entnommen und in eine Meßkammer eingebaut, die den Abmessungen an jener Waage entsprach. Figur V veranschaulicht dieses Gerät. Der Ventilator wird von dem Synchronmotor B angetrieben. Auf der Welle des Meßrades ist die Scheibe C angebracht, die exzentrisch das Gewicht A und gegenüber diesem Gewicht den Zeiger F trägt. Ferner läuft über den Umfang der Scheibe C eine Schnur, deren eines Ende an dieser Scheibe befestigt ist, während das andere, freie Ende ein Gewicht D trägt. Dieses Gewicht D übt auf die Scheibe C ein Drehmoment aus, das unabhängig von der Lage der Meßwelle stets denselben, konstanten Wert beibehält. Und zwar wirkt dieses konstante Drehmoment im entgegengesetzten Sinne auf die Meßwelle wie das aerodynamisch beeinflußte Meßrad. Während das Gewicht A die Größe des Meßausschlages für eine bestimmte Differenz im



Figur V.

spezifischen Gewicht festlegt, wird durch das Gewicht D die Lage des Meßbereiches vorgeschrieben. Der Meßbereich kann demnach durch entsprechende Wahl von D beliebig eingestellt werden. Je größer D gewählt wird, desto stärker wird der natürliche Nullpunkt der Meßgröße unterdrückt.

Wie bereits hervorgehoben wurde, ist der (relative) Nullpunkt der Skala durch die tiefstmögliche Lage des Gewichtes A bestimmt.

Der Zeiger kann sowohl in positivem als auch in negativem Sinne aus dieser Nullstellung herausgehen, und zwar nach beiden Seiten mit dem größtmöglichen Ausschlage von 40 Winkelgraden. Die Ausschlagswinkel im Uhrzeigersinne sind auf der Skala mit positivem, die Ausschlagswinkel nach der entgegengesetzten Richtung mit negativem Vorzeichen gekennzeichnet. Der Nullstellung der Skala entspricht nun jeweils (je nach der Größe des Gewichtes D) eine bestimmte Bezugsdichte ϱ_0 der Luft, wobei die Dichte bei negativem Winkelausschlag kleiner, bei positivem Winkelausschlag größer als die Bezugsdichte ist.

c) Meßformeln.

Das auf das Meßrad durch den vom Ventilator erzeugten Luftwirbel aerodynamisch ausgeübte Drehmoment ist für eine bestimmte Umlaufsgeschwindigkeit des Ventilators verhältnisgleich zur Luftdichte, also gleich $b \cdot \varrho$, wobei b eine Konstante bezeichnet. Mit der Welle des Meßrades schwingt nun, wie bereits erwähnt, ein Gewicht A, das eine mit der Drehung der Meßwelle veränderliche Drehkraft hervorruft. Das Drehmoment hieraus auf die Meßwelle ist gegeben durch

$$L \cdot G^1 \cdot \sin \varphi = a \sin \varphi,$$

wobei L den Arm des Gewichtes G^1 in Bezug auf die Meßradwelle und φ den Winkelausschlag aus der Gleichgewichtslage angibt. Das über den Umfang der auf der Meßradwelle angeordneten Scheibe laufende, mit dem Radius der Scheibe als Arm wirksame Gewicht G übt ein konstantes Drehmoment $P = r \cdot G_o$ auf die Meßradwelle aus. Sämtliche auf die Meßradwelle einwirkenden Kräfte sind dann in ihrem Zusammenspiel gegeben durch die Gleichung

$$P + a \cdot \sin \varphi = b \cdot \varrho. \qquad (4)$$

Für $\varphi = O$ wird

$$P = G_o \cdot r = b \cdot \varrho_o. \qquad (5)$$

Dem Skalennullwert entspricht eine ganz bestimmte Dichte ϱ_o, die durch die Größe von P bestimmt ist. Durch Veränderung von P kann der dem Nullwert der Skala entsprechende Dichtewert beliebig gewählt werden. Er wird zweckmäßig so festgelegt, daß er den ungefähren Mittelwert des Dichteintervalles darstellt, innerhalb dessen die Messungen stattfinden.

Aus den Gleichungen (4) und (5) folgt nun

$$b \cdot \varrho_o + a \cdot \sin \varphi = b \cdot \varrho$$

oder

$$\varrho = \varrho_o + \frac{a}{b} \cdot \sin \varphi. \qquad (6)$$

Erfolgt der Ausschlag des Zeigers im Uhrzeigersinne, hat also φ

einen positiven Wert, so ist $\varrho > \varrho_0$. Bei einem Ausschlage in entgegengesetztem Sinne, bei dem φ ein negatives Vorzeichen annimmt, ist dann $\varrho < \varrho_0$.

Mittels der Formel (6) kann aus den Winkelausschlägen der Meßradwelle die Luftdichte angegeben werden, soweit die Konstanten ϱ_0 und $\frac{a}{b}$ bekannt sind. Die Konstante $\frac{a}{b}$ läßt sich bestimmen, wenn die Dichten ϱ_1 und ϱ_2 für zwei Zeigerausschläge φ_1 und φ_2 gegeben sind. Dann folgt hieraus

$$\frac{a}{b} = \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} \qquad (7)$$

und weiterhin

$$\varrho_0 = \varrho_1 - \frac{a}{b} \cdot \sin \varphi_1 = \varrho_2 - \frac{a}{b} \cdot \sin \varphi_2 \qquad (8)$$

Für genaue Messungen ist es wünschenswert, die Konstanten ϱ_0 und $\frac{a}{b}$ aus einer größeren Anzahl verschiedener Beobachtungen zu bestimmen und zu mitteln.

Ist es während der Messungen erforderlich, nach einer der beiden Seiten hin den Meßbereich zu erweitern, so ist es nicht notwendig, hierfür eine neue Bezugsdichte ϱ_0 durch Eichmessungen festzustellen. Die Erweiterung des Meßbereiches nach der einen bzw. der anderen Seite hin geschieht durch Vergrößerung bzw. Verringerung des Gewichtes der Drehkraft P. Nach Hinzufügen oder Fortnahme eines bekannten Gewichtsteiles G_z gilt für die jetzt dem Nullwert der Skala entsprechenden Dichte $\varrho^1{}_0$

$$P^1 = (G_0 \pm G_z)\, r = b \cdot \varrho^1{}_0. \qquad (9)$$

Nach der Gleichung (5) war

$$P = G_0 \cdot r = b \cdot \varrho_0. \qquad (5)$$

Die Division von (9) durch (5) liefert

$$\frac{G_0 \pm G_z}{G_0} = \frac{\varrho^1{}_0}{\varrho_0} \qquad (10)$$

oder

$$\varrho^1{}_0 = \frac{G_0 \pm G_z}{G_0} \cdot \varrho_0. \qquad (11)$$

Somit ist die jeweils zu messende Dichte nach Aenderung des Meßbereiches durch Hinzufügen oder Fortnahme eines bekannten Gewichtes G_z gegeben durch

$$\varrho = \frac{G_0 \pm G_z}{G_0} \varrho_0 + \frac{a}{b} \cdot \sin \varphi. \qquad (12)$$

Man kann demnach den Meßbereich beliebig verändern und trotz-

dem nach Formel (12) mit gleichbleibender Genauigkeit weitermessen, soweit jedesmal nur angebbar ist, um welchen Betrag G_z das Gewicht in P vergrößert bzw. verringert worden ist.

III. Meßergebnisse.

Die Versuche zur Bestimmung der Luftdichte mittels des soeben beschriebenen Gerätes wurden in einer pneumatischen Kammer durchgeführt, die vom Hygienischen Institut der Universität zur Verfügung gestellt worden war. In dieser Kammer konnte der Druck in ziemlich weiten Grenzen geändert werden. In engeren Grenzen ließen sich auch Temperatur und Feuchtigkeit variieren.

Um das Gerät eichen zu können, mußte eine Möglichkeit geschaffen werden, die jeweilige Luftdichte auf irgend einem Wege zu ermitteln. Hierfür wurde die bisher in der Praxis verwendete, mittelbare Bestimmung aus Druck, Temperatur und Feuchte benutzt. Da die Bestimmung der Luftdichte auf diesem Wege nicht sehr genau ist, sollten die Eichkonstanten des Gerätes aus einer verhältnismäßig großen Anzahl von Messungen gemittelt werden. Aber abgesehen von dieser Notwendigkeit, das Versuchsgerät an bekannter Luftdichte zu eichen, erschien es wünschenswert, die Temperatur-, Druck- und Feuchtigkeitsmessungen über die Eichung hinaus fortlaufend beizubehalten, um den mit dem Versuchsgerät unmittelbar gemessenen Luftdichten auch weiterhin die mittelbar gewonnenen Vergleichswerte gegenüberstellen zu können. Für die Druckmessung wurde ein Aneroid-Barometer, für die Feuchtebestimmung ein Aßmann'sches Aspirationspsychrometer verwendet, das mit seinem trockenen Thermometer zugleich die Raumtemperatur angab.

Der Druck in der pneumatischen Kammer wurde während der einzelnen Meßreihen zum Teil erhöht (Ueberdruck), zum Teil erniedrigt (Unterdruck). In der nachfolgenden Tabelle I sind zunächst nur die eigentlichen Meßwerte angeführt, nämlich Luftdruck, Winkelausschlag des Versuchsgerätes wie auch die Temperaturen des trockenen und feuchten Thermometers am Aßmann'schen Aspirationspsychrometer. Hinzugefügt wurde dann lediglich die den beiden Thermometeranzeigen entsprechende und nach der Sprung'schen Formel auf den jeweiligen Luftdruck reduzierte Spannung des Wasserdampfes e und die relative Feuchte in %. Die letzten 2 Spalten enthalten die aus Druck, Temperatur und Feuchte und die aus den Winkelausschlägen berechneten, zu den voranstehenden Meßwerten gehörigen Luftdichten ϱ^1 und ϱ.

Tabelle I.

Meßergebnisse der in der pneumatischen Kammer bei Unter- und Ueberdruck angestellten Messungen und die dazugehörigen Luftdichten.

Folgende Abkürzungen gelten für die Tabellen:

Nr.: die laufende Nummer der Messungen.

Druck: der zur Zeit der Messung herrschende Luftdruck in mm Quecksilber.

Ausschlag: der an dem Gerät festgestellte positive oder negative Winkelausschlag in Graden.

t_{tr}; t_f : die am Aßmann'schen Aspirationspsychrometer abgelesene Temperatur des trockenen (t_{tr}) und feuchten (t_f) Thermometers.

e: der auf den Lufdruck reduzierte Dampfdruck.

RF: die aus dem Dampfdruck errechnete, relative Feuchte in %.

ϱ^1: die aus Luftdruck, Temperatur und Feuchte berechnete Luftdichte in kg/m³.

ϱ: die aus den Winkelausschlägen berechnete Luftdichte in kg/m³.

Messungen vom 4. 12. 1936.

Unterdruck:

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
1	596.0	— 32.0	24.2	17.0	11.69	52	0.9249	0.9256
2	603.2	— 29,8	24.5	17.4	12.07	52	0.9350	0.9368
3	612.0	— 27.8	24.7	16.8	11.15	48	0.9486	0.9472
4	620.0	— 25.3	24.8	16.8	11.07	47	0.9608	0.9603
5	624.8	— 24.6	24.8	17.6	12.12	52	0.9677	0.9641
6	635.0	— 21.5	24.6	17.6	12.16	52	0.9843	0.9809
7	640.0	— 20.0	24.6	17.8	12.41	53	0.9920	0.9891
8	650.8	— 16.3	25.2	17.4	11.55	48	1.0073	1.0099
9	657.8	— 14.4	25.1	17.3	11.42	48	1.0186	1.0207
10	667.2	— 11.9	24.9	17.2	11.32	48	1.0340	1.0350
11	674.4	— 10.5	25.2	17.2	11.17	46	1.0442	1.0431
12	680.8	— 8.5	25.2	17.2	11.12	46	1.0542	1.0547
13	690.0	— 6.5	24.9	17.2	11.20	47	1.0696	1.0664
14	706.7	— 2.6	25.1	17.1	10.87	46	1.0951	1.0893
15	715.0	— 0.5	25.2	17.2	10.93	46	1.1076	1.1017
16	720.0	+ 1.0	24.9	17.1	10.90	46	1.1163	1.1105
17	728.1	+ 3.0	24.8	17.0	10.77	46	1.1296	1.1223
18	738.0	+ 5.8	25.0	17.0	10.61	44	1.1444	1.1388
19	749.5	+ 8.7	25.1	17.0	10.51	44	1.1620	1.1557
20	755.0	+ 10.0	25.0	17.0	10.53	44	1.1714	1.1633

Ueberdruck:

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
21	849.0	+ 39.2	25.0	18.0	11.54	48	1.3171	1.3180
22	843.5	+ 37.5	24.7	17.1	10.37	44	1.3103	1.3102
23	830.8	+ 32.7	24.7	17.0	10.29	44	1.2906	1.2870
24	825.0	+ 31.0	24.8	16.8	9.98	43	1.2813	1.2785
25	819.0	+ 28.6	24.7	16.8	10.07	43	1.2723	1.2663
26	815.2	+ 27.4	24.2	16.6	10.07	44	1.2685	1.2599
27	805.0	+ 24.2	24.4	16.6	10.01	44	1.2517	1.2430
28	795.0	+ 20.5	24.0	15.8	9.14	42	1.2387	1.2229

Messungen vom 7. 12. 1936.

Unterdruck I:

29	600	— 27.4	20.0	14.1	9.69	55	0.9457	0.9492
30	607	— 25.6	21.0	13.7	8.83	47	0.9540	0.9587
31	621	— 20.9	21.8	13.2	7.84	40	0.9741	0.9842
32	628	— 18.3	22.0	13.3	7.83	40	0.9844	0.9986
33	636	— 16.0	22.1	13.4	7.87	40	0.9967	1.0116
34	642	— 13.9	22.3	14.0	8.46	42	1.0051	1.0235
35	651	— 11.7	22.5	14.2	8.56	42	1.0185	1.0362
36	658	— 10.4	21.9	14.0	8.55	43	1.0316	1.0437
37	667	— 8.4	22.1	14.2	8.65	43	1.0450	1.0553
38	673	— 6.7	22.3	14.4	8.78	44	1.0537	1.0653
39	683	— 4.3	22.0	14.6	9.11	46	1.0703	1.0793
40	690	— 2.8	22.1	14.8	9.30	47	1.0808	1.0881
41	695	— 1.4	21.9	14.9	9.49	48	1.0894	1.0964
42	704	+ 1.2	22.4	14.9	9.21	45	1.1018	1.1117
43	712	+ 2.7	22.4	14.6	8.78	43	1.1146	1.1173
44	722	+ 5.4	22.6	14.6	8.63	42	1.1297	1.1299
45	729	+ 7.1	22.6	14.8	8.87	43	1.1406	1.1464
46	736	+ 9.1	22.5	14.8	8.88	43	1.1519	1.1580
47	742	+ 10.2	22.4	14.7	8.77	43	1.1618	1.1644
48	752	+ 12.4	22.4	14.9	8.96	44	1.1774	1.1771
49	759	+ 14.2	22.4	15.0	9.07	45	1.1884	1.1875

Unterdruck II:

50	595	— 33.5	21.0	12.8	7.86	42	0.9356	0.9183
51	605	— 30.7	22.5	13.7	8.24	40	0.9464	0.9322
52	611	— 28.6	22.3	13.5	8.05	40	0.9566	0.9430
53	615	— 27.5	22.4	13.6	8.10	40	0.9625	0.9487
54	618	— 26.4	22.4	13.9	8.43	41	0.9670	0.9542
55	627	— 23.1	22.8	14.1	8.46	40	0.9798	0.9722
56	635	— 20.6	23.0	14.2	8.44	40	0.9917	0.9858

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
57	651	— 15.6	23.2	14.4	8.51	40	1.0161	1.0138
58	658	— 13.6	22.9	14.4	8.60	41	1.0281	1.0252
59	667	— 11.2	23.1	14.6	8.70	41	1.0415	1.0390
60	672	— 9.8	23.0	14.5	8.60	41	1.0497	1.0472
61	681	— 7.4	23.0	14.6	8.67	41	1.0638	1.0611
62	689	— 5.5	23.0	14.5	8.50	40	1.0764	1.0724
63	697	— 3.4	23.2	14.4	8.23	39	1.0884	1.0846
64	713	+ 0.8	22.6	14.6	8.68	42	1.1154	1.1094
65	723	+ 3.4	22.8	14.7	8.67	42	1.1305	1.1247
66	730	+ 5.4	23.0	15.0	8.92	42	1.1406	1.1299
67	735	+ 6.7	23.0	15.1	9.02	43	1.1484	1.1440
68	746	+ 9.3	23.3	15.4	9.22	43	1.1643	1.1593
69	749	+ 10.0	22.8	15.0	8.92	43	1.1710	1.1633
70	754	+ 11.2	22.8	15.1	9.03	44	1.1790	1.1702
71	758	+ 12.4	23.0	15.2	9.44	45	1.1842	1.1771
72	764	+ 14.0	23.0	15.3	9.14	43	1.1938	1.1865
			Ueberdruck I:					
73	845	+ 38.4	23.2	15.6	9.04	42	1.3201	1.3144
74	836	+ 35.6	22.4	15.2	8.97	44	1.3096	1.3012
75	831	+ 33.7	22.4	15.2	9.00	44	1.3017	1.2920
76	820	+ 30.6	22.2	14.9	8.74	44	1.2854	1.2765
77	814	+ 28.6	22.2	14.9	8.77	44	1.2759	1.2663
78	807	+ 25.2	22.1	14.8	8.73	44	1.2654	1.2483
79	786	+ 18.9	22.2	14.5	8.37	42	1.2321	1.2140
80	779	+ 17.2	22.0	14.2	8.12	41	1.2221	1.2045
81	773	+ 15.5	22.0	14.2	8.15	41	1.2126	1.1949
82	768	+ 14.7	22.0	14.2	8.18	41	1.2047	1.1903
			Ueberdruck II:					
83	845	+ 38.2	23.3	15.5	8.84	41	1.3198	1.3138
84	836	+ 35.0	22.9	15.1	8.55	41	1.3076	1.2983
85	829	+ 32.4	22.8	15.0	8.51	41	1.2970	1.2856
86	822	+ 30.6	22.8	15.0	8.54	41	1.2860	1.2765
87	815	+ 28.8	22.6	14.8	8.42	41	1.2760	1.2673
88	807	+ 26.0	22.4	14.6	8.29	41	1.2643	1.2526
89	801	+ 23.7	22.7	15.3	9.11	44	1.2532	1.2404
90	794	+ 21.6	22.5	14.8	8.58	42	1.2433	1.2289
91	787	+ 18.8	22.4	14.6	8.39	41	1.2328	1.2134
92	779	+ 17.0	22.2	14.4	8.28	41	1.2211	1.2034
93	773	+ 15.6	22.3	14.4	8.25	41	1.2113	1.1954
94	769	+ 14.0	22.2	14.4	8.33	41	1.2054	1.1863

Messungen vom 9. 12. 1936.

Unterdruck:

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
95	603	— 26.1	23.0	13.4	7.69	36	0.9420	0.9560
96	614	— 22.4	24.2	14.0	7.85	35	0.9553	0.9760
97	619	— 21.6	24.6	14.5	8.24	36	0.9616	0.9803
98	623	— 20.0	24.6	14.5	8.21	35	0.9678	0.9891
99	629	— 18.5	24.6	14.8	8.51	37	0.9770	0.9975
100	635	— 17.0	24.8	15.2	8.93	38	0.9855	1.0059
101	638	— 16.3	25.0	15.4	9.07	38	0.9894	1.0099
102	645	— 14.5	24.9	15.2	8.82	38	1.0008	1.0201
103	651	— 12.7	24.8	15.4	9.07	38	1.0104	1.0304
104	660	— 10.5	25.2	15.8	9.35	39	1.0229	1.0431
105	670	— 7.7	25.3	15.9	9.38	39	1.0381	1.0594
106	675	— 6.6	25.6	16.3	9.74	39	1.0446	1.0658
107	686	— 4.2	25.6	16.3	9.67	39	1.0618	1.0799
108	693	— 2.3	25.7	16.2	9.45	38	1.0724	1.0911
109	698	— 1.6	25.4	16.5	9.97	41	1.0810	1.0952
110	707	+ 0.6	25.5	16.6	10.00	40	1.0946	1.1082
111	715	+ 2.4	25.8	16.9	10.23	41	1.1058	1.1188
112	721	+ 4.0	25.9	16.9	10.14	41	1.1148	1.1282
113	732	+ 6.5	26.2	17.4	10.65	42	1.1305	1.1428
114	739	+ 8.3	25.8	17.1	10.37	41	1.1430	1.1534
115	751	+ 10.9	26.0	17.0	10.05	40	1.1611	1.1685
116	758	+ 12.2	26.4	17.5	10.53	41	1.1702	1.1760
117	773	+ 15.75	25.2	17.0	10.33	43	1.1983	1.1963
			Ueberdruck:					
118	845	+ 40.0	26.2	18.0	10.90	43	1.3058	1.3217
119	838	+ 36.5	25.0	16.6	9.51	40	1.3009	1.3055
120	830	+ 33.4	24.6	16.4	9.48	41	1.2902	1.2954
121	821	+ 31.1	24.2	16.1	9.32	41	1.2780	1.2790
122	814	+ 28.7	24.0	15.8	9.04	40	1.2680	1.2668
123	808	+ 27.5	23.9	15.8	9.13	41	1.2590	1.2606
124	795	+ 22.6	23.7	15.6	9.03	41	1.2396	1.2344
125	788	+ 20.4	23.6	15.4	8.84	41	1.2292	1.2223
126	782	+ 18.4	23.4	15.6	9.25	43	1.2203	1.2112
127	779	+ 17.5	24.0	16.0	9.52	43	1.2130	1.2062
128	776	+ 16.5	23.9	16.0	9.58	43	1.2087	1.2005
			Messungen vom 10. 12. 1936.					
			Unterdruck:					
129	609	— 29.1	21.4	12.6	7.39	39	0.9567	0.9404
130	622	— 25.0	22.4	13.4	7.83	39	0.9736	0.9619

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
131	635	— 20.8	23.0	13.8	7.96	38	0.9920	0.9847
132	653	— 17.7	23.4	14.0	7.93	37	1.0189	1.0020
133	695	— 3.8	22.6	14.4	8.53	41	1.0873	1.0822
134	705	— 2.0	23.0	14.9	8.93	42	1.1013	1.0928
135	714	+ 0.8	23.1	14.8	8.71	41	1.1152	1.1094
136	721	+ 2.8	23.2	15.0	8.88	41	1.1257	1.1211
137	731	+ 5.6	23.4	15.1	8.85	41	1.1406	1.1376
138	737	+ 6.7	23.3	15.3	9.14	42	1.1502	1.1440
139	754	+ 11.7	24.0	15.8	9.36	42	1.1740	1.1731
140	761	+ 13.3	23.8	15.7	9.30	42	1.1858	1.1823
141	772	+ 15.7	24.0	15.9	9.41	42	1.2021	1.1960
			Ueberdruck:					
142	829	+ 36.2	21.2	13.5	7.39	39	1.3047	1.3041
143	821	+ 33.0	21.1	13.4	7.34	39	1.2926	1.2885
144	814	+ 30.7	20.8	13.1	7.16	39	1.2821	1.2770
145	807	+ 28.5	20.8	13.0	7.06	38	1.2719	1.2658
146	800	+ 26.0	20.8	13.0	7.10	38	1.2608	1.2526
147	793	+ 23.5	20.6	12.8	6.99	38	1.2506	1.2393
148	786	+ 21.2	20.7	12.9	7.09	38	1.2391	1.2267
149	780	+ 19.0	20.7	12.9	7.13	39	1.2296	1.2146
			Messungen vom 11. 12. 1936.					
			Unterdruck:					
150	592	— 33.0	20.0	10.2	5.49	31	0.9354	0.9207
151	605	— 28.1	20.6	11.2	6.22	34	0.9537	0.9456
152	610	— 26.1	20.7	11.4	6.35	35	0.9612	0.9561
153	620	— 23.2	21.1	11.7	6.45	34	0.9756	0.9716
154	626	— 21.4	21.0	12.0	6.79	36	0.9852	0.9842
155	635	— 19.0	21.2	12.2	6.88	36	0.9987	0.9947
156	644	— 16.0	21.4	12.4	6.96	36	1.0122	1.0116
157	652	— 14.0	21.2	12.2	6.78	36	1.0256	1.0229
158	659	— 12.1	21.3	12.4	6.91	36	1.0362	1.0338
159	667	— 10.2	21.5	12.7	7.13	37	1.0480	1.0448
160	671.5	— 8.5	21.2	12.7	7.23	38	1.0561	1.0547
161	682	— 6.1	21.8	13.0	7.25	37	1.0705	1.0688
162	688	— 4.5	21.6	12.8	7.08	37	1.0808	1.0781
163	698	— 1.8	21.4	13.0	7.35	38	1.0972	1.0940
164	704	— 0.5	21.3	13.0	7.36	39	1.1070	1.1017
165	715	+ 2.0	21.8	13.4	7.55	38	1.1224	1.1164
166	723	+ 4.1	21.8	13.4	7.51	38	1.1350	1.1288
167	730.5	+ 6.3	21.9	13.6	7.66	39	1.1463	1.1417
168	739.5	+ 8.5	22.0	13.8	7.82	39	1.1600	1.1545

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
169	749	+ 10.6	22.1	13.8	7.71	39	1.1740	1.1667
170	756	+ 12.6	22.1	14.0	7.94	40	1.1855	1.1783
171	763	+ 14.8	22.2	14.0	7.85	39	1.1967	1.1909
			Ueberdruck:					
172	819	+ 39.7	20.5	12.6	6.66	37	1.2924	1.3203
173	810	+ 36.0	20.0	12.2	6.48	37	1.2805	1.3031
174	804.5	+ 33.4	20.0	12.2	6.51	37	1.2718	1.2905
175	798	+ 30.6	19.8	12.0	6.40	37	1.2624	1.2765
176	792	+ 28.6	19.8	12.0	6.43	37	1.2528	1.2663
177	784	+ 25.7	19.7	11.9	6.40	37	1.2406	1.2511
178	771	+ 20.4	19.6	11.8	6.40	37	1.2204	1.2223
179	766	+ 18.0	19.6	11.8	6.42	37	1.2124	1.2090
			Messungen vom 14. 12. 1936.					
			Unterdruck:					
180	588	— 31.6	16.8	9.4	6.04	42	0.9390	0.9277
181	600	— 27.0	18.4	10.2	6.07	38	0.9530	0.9513
182	607	— 24.7	19.7	11.2	6.69	39	0.9605	0.9635
183	614	— 22.4	19.6	11.2	6.56	38	0.9710	0.9760
184	623	— 20.1	20.0	11.6	6.78	39	0.9838	0.9886
185	630	— 18.2	19.8	11.5	6.72	39	0.9956	0.9992
186	638	— 17.8	19.6	11.4	6.65	39	1.0091	1.0014
187	646	— 13.4	19.8	11.6	6.72	39	1.0210	1.0264
188	655	— 11.3	20.2	12.2	7.19	40	1.0336	1.0385
189	662	— 8.9	20.2	12.2	7.16	40	1.0447	1.0524
190	670	— 6.9	20.4	12.4	7.25	40	1.0566	1.0641
191	675	— 5.6	20.3	12.4	7.25	40	1.0649	1.0728
192	691	— 1.6	20.2	12.5	7.35	42	1.0906	1.0952
193	702	+ 1.1	20.4	12.8	7.55	42	1.1071	1.1111
194	710	+ 3.0	20.5	13.0	7.71	42	1.1193	1.1223
195	720	+ 6.0	20.1	12.8	7.61	43	1.1368	1.1399
196	729	+ 8.3	20.6	13.2	7.81	43	1.1489	1.1534
197	741	+ 11.2	21.0	13.6	8.05	43	1.1662	1.1702
198	747	+ 12.5	21.0	13.6	8.02	43	1.1757	1.1777
199	754	+ 14.6	20.9	13.6	8.03	43	1.1872	1.1897
200	760	+ 15.8	20.8	13.6	8.06	43	1.1970	1.1966
			Ueberdruck:					
201	807	+ 39.4	18.0	11.2	6.35	41	1.2846	1.3190
202	801	+ 36.3	17.8	11.1	6.35	41	1.2759	1.3045
203	795	+ 33.8	17.7	11.0	6.31	41	1.2667	1.2925
204	789	+ 31.2	17.8	11.1	6.41	42	1.2567	1.2796
205	781	+ 28.0	17.7	11.0	6.38	42	1.2443	1.2632

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_t	e	RF	ϱ^1	ϱ
206	774	+ 25.5	17.6	10.9	6.35	42	1.2336	1.2500
207	767	+ 23.1	17.7	10.9	6.33	42	1.2220	1.2371
208	762	+ 20.9	17.8	11.0	6.41	42	1.2135	1.2251
			Messungen vom 17. 12. 1936.					
			Ueberdruck I:					
209	833	+ 39.5	30.4	21.5	14.34	44	1.2674	1.3194
210	828	+ 36.3	29.6	21.0	13.93	45	1.2633	1.3045
211	818	+ 32.2	29.4	20.6	13.43	44	1.2491	1.2846
212	811	+ 29.1	29.2	20.5	13.42	44	1.2392	1.2688
213	805	+ 27.0	30.0	20.8	13.52	42	1.2266	1.2579
214	797	+ 24.4	30.4	21.9	15.22	47	1.2118	1.2441
215	790	+ 21.2	30.8	21.0	13.53	40	1.2005	1.2267
216	784	+ 18.5	31.2	21.2	13.69	40	1.1896	1.2118
217	777	+ 16.2	31.4	21.4	13.97	40	1.1780	1.1988
218	770.5	+ 13.9	32.5	22.0	14.47	39	1.1645	1.1858
219	766	+ 12.4	31.0	21.9	15.09	45	1.1621	1.1771
			Ueberdruck II:					
220	844	+ 31.4	31.0	24.6	19.62	58	1.2788	1.2806
221	834	+ 28.8	30.6	24.4	19.49	59	1.2652	1.2673
222	827	+ 26.5	30.6	24.3	19.34	59	1.2546	1.2553
223	819	+ 23.9	30.8	24.5	19.64	59	1.2414	1.2414
224	812	+ 21.6	30.8	24.4	19.48	58	1.2308	1.2289
225	805	+ 19.0	31.3	24.6	19.63	57	1.2180	1.2146
226	798	+ 17.2	31.9	25.0	20.11	56	1.2046	1.2045
227	792	+ 15.1	32.4	25.2	20.27	55	1.1935	1.1926
228	784	+ 12.8	33.6	25.4	20.08	52	1.1768	1.1794
229	777.5	+ 11.1	33.7	25.4	20.06	51	1.1666	1.1696
230	770.5	+ 9.0	34.4	25.7	20.33	50	1.1532	1.1574
231	764	+ 7.3	33.2	25.7	20.97	55	1.1475	1.1475
			Ueberdruck III:					
232	843	+ 29.9	35.4	26.7	21.43	50	1.2580	1.2730
233	827	+ 25.2	33.2	25.4	20.06	53	1.2436	1.2484
234	811	+ 20.5	31.5	25.0	20.27	59	1.2260	1.2229
235	799	+ 16.3	31.2	25.0	20.42	60	1.2088	1.1993
236	785	+ 12.5	31.6	25.0	20.33	58	1.1860	1.1777
237	770.5	+ 9.0	32.4	25.0	19.98	54	1.1609	1.1574
238	766	+ 7.0	32.7	25.2	20.25	55	1.1528	1.1458
			Messungen vom 18. 12. 1936.					
			Ueberdruck I:					
239	852	+ 36.6	35.8	27.1	22.00	50	1.2696	1.3060
240	843	+ 34.3	34.7	26.8	22.03	53	1.2606	1.2949

Nr.	Druck	Ausschlag	t_{tr}	t_f	e	RF	ϱ^1	ϱ
241	836	+ 32.0	34.0	26.4	21.61	54	1.2531	1.2836
242	828	+ 29.4	33.8	26.6	22.18	56	1.2415	1.2704
243	820	+ 26.2	33.9	26.5	21.95	55	1.2291	1.2537
244	813	+ 24.0	33.7	26.0	21.07	53	1.2198	1.2420
245	806	+ 21.5	33.7	26.0	21.11	53	1.2091	1.2284
246	799	+ 18.9	33.8	26.1	21.30	54	1.1980	1.2140
247	792	+ 16.7	34.0	26.0	21.02	53	1.1868	1.2017
248	785	+ 14.4	34.2	26.1	21.16	52	1.1754	1.1886
249	778	+ 12.2	35.0	26.2	20.99	50	1.1619	1.1760
250	773	+ 10.5	35.4	26.0	20.41	48	1.1532	1.1660
251	768	+ 9.0	35.5	26.2	20.79	48	1.1450	1.1574
			Ueberdruck II:					
252	846	+ 25.2	35.2	31.4	32.35	76	1.2574	1.2484
253	836	+ 22.5	34.0	31.0	32.05	81	1.2473	1.2338
254	830	+ 21.0	33.4	30.8	31.89	83	1.2407	1.2256
255	820	+ 17.6	33.1	30.8	32.07	85	1.2267	1.2067
256	813	+ 16.0	33.0	30.8	32.14	85	1.2164	1.1977
257	807	+ 14.3	33.0	31.0	32.64	86	1.2070	1.1880
258	800	+ 12.1	33.1	31.0	32.60	86	1.1961	1.1754
259	793	+ 9.9	33.2	30.8	32.06	84	1.1853	1.1627
260	786	+ 8.2	33.8	32.0	34.73	88	1.1709	1.1528
261	778.5	+ 6.2	35.1	33.4	37.72	89	1.1530	1.1411
262	773	+ 4.7	35.4	33.2	37.04	86	1.1440	1.1323

Aus den in Tabelle I mitgeteilten Werten des Druckes, der Temperatur und der Dampfspannung e wurden zunächst nach einem bestimmten Gesichtspunkte geeignete Messungen herausgezogen, aus denen die Eichkonstanten des Versuchsgerätes ermittelt werden sollten. Nach den Formeln (7) und (8) sind für die einzelne Bestimmung der Konstanten jedesmal zwei Messungen bei verschiedenen Dichten ϱ_1 und ϱ_2 erforderlich. Da der Fehler in der Berechnung der Konstanten desto größer zu erwarten war, je kleiner die Differenz zwischen den Dichten ϱ_1 und ϱ_2 ist, so wurden in Tabelle II nur Meßwertpaare aufgenommen, bei denen die Dichtedifferenz $\varrho_1 - \varrho_2$ und somit auch die Differenz der Winkelausschläge möglichst groß waren. Mittels der in Tabelle I angeführten, jedesmal aus Druck, Temperatur und Feuchte berechneten, zugehörigen Luftdichten und den hierbei am Versuchsgerät abgelesenen, in Tabelle II nochmals angeführten Winkelausschlägen, sind für die in dieser Tabelle angeführten Wertepaare die Konstanten $\frac{a}{b}$ und ϱ_0 berechnet worden. Insgesamt sind in dieser Tabelle die Konstanten für 42 Wertepaare bestimmt worden.

Tabelle II.

Tabelle für die Berechnung der Konstanten.

$\frac{a}{b}$ und ϱ_0.

Folgende Abkürzungen gelten:

A und B: die Tabellen-Nummern der Meßergebnisse, aus denen die Ausschlagswinkel φ_1 und φ_2 zum Vergleich entnommen sind.

φ_1 und φ_2: die beiden Vergleichswinkel in Graden.

$\frac{a}{b}$ und ϱ_0: die errechneten Konstanten.

A	B	φ_1	φ_2	$\frac{a}{b}$	ϱ_0
28	1	+ 20.5	— 32.0	0.35649	1.11383
26	3	+ 27.4	— 27.8	0.34518	1.10963
23	4	+ 32.7	— 25.3	0.34075	1.10647
22	6	+ 37.5	— 21.5	0.33431	1.10681
21	5	+ 39.2	— 24.6	0.33347	1.10655
25	2	+ 28.6	— 29.8	0.34567	1.10680
78	29	+ 25.2	— 27.4	0.36084	1.11173
75	31	+ 33.7	— 20.9	0.35971	1.10210
77	30	+ 28.6	— 25.6	0.35345	1.10673
74	33	+ 35.6	— 16.0	0.36478	1.09720
75	32	+ 33.7	— 18.3	0.36513	1.09908
49	29	+ 14.2	— 27.4	0.34155	1.10461
72	50	+ 14.0	— 33.5	0.32523	1.11512
92	53	+ 17.0	— 27.5	0.34298	1.12086
85	55	+ 32.4	— 23.1	0.34177	1.11392
84	57	+ 35.0	— 15.6	0.34595	1.10915
86	56	+ 30.6	— 20.6	0.34186	1.11202
83	59	+ 38.2	— 11.2	0.34246	1.10798
124	95	+ 22.6	— 26.1	0.36110	1.10082
122	98	+ 28.7	— 20.0	0.36515	1.09270
120	99	+ 33.4	— 18.5	0.36093	1.09153
119	100	+ 36.5	— 17.0	0.35557	1.08944
118	102	+ 40.0	— 14.5	0.34148	1.08630
119	101	+ 36.5	— 16.3	0.36097	1.08623
142	133	+ 36.2	— 3.8	0.33099	1.10926
143	132	+ 33.0	— 17.7	0.32248	1.11695
144	131	+ 30.7	— 20.8	0.33511	1.11100
145	130	+ 28.5	— 25.0	0.33148	1.11375
146	129	+ 26.0	— 29.1	0.32885	1.11667
147	132	+ 23.5	— 17.7	0.32980	1.11917

A	B	φ_1	φ_2	$\frac{a}{b}$	ϱ_0
172	159	+ 39.7	— 10.2	0.29957	1.10107
174	156	+ 33.4	— 16.0	0.31420	1.09879
176	153	+ 28.6	— 23.2	0.31769	1.10075
178	151	+ 20.4	— 28.1	0.32541	1.10693
171	150	+ 14.8	— 33.0	0.32651	1.11325
175	152	+ 30.6	— 26.1	0.31739	1.10081
201	188	+ 39.4	— 11.3	0.30210	1.09282
202	183	+ 36.3	— 22.4	0.31329	1.09040
199	181	+ 14.6	— 27.0	0.33169	1.10355
200	180	+ 15.8	— 31.6	0.32404	1.10880
207	188	+ 23.1	— 11.3	0.32020	1.09636
208	184	+ 20.9	— 20.1	0.32795	1.09654

Als Mittelwert aus den 42 Wertepaaren ergab sich für die Konstanten des Versuchsgerätes

$$\frac{a}{b} = 0.337665$$

$$\varrho_0 = 1.10463.$$

Mit diesen gemittelten Konstanten sind sämtliche Luftgewichte der Tabelle I aus den Winkelausschlägen des Versuchsgerätes berechnet worden. Ihnen sind in dieser Tabelle die jeweils aus Druck, Temperatur und Feuchte erhaltenen Luftgewichte gegenübergestellt. Und zwar wurde hierbei folgendermaßen vorgegangen: Die spezifische Feuchte s ergibt sich mittels der jeweiligen Wasserdampfspannung aus

$$s = \frac{0.623 \cdot e}{p - 0.377 \cdot e.} \qquad (13)$$

Dann ist das jeweilige Luftgewicht festgelegt durch die Beziehung

$$\varrho = \frac{p}{T\,[sR_1 + (1 - s)\,R_2]} \qquad (14)$$

Hierin bezeichnen T die absolute Temperatur, R_1 die spezifische Konstante des Wasserdampfes und R_2 die spezifische Konstante der Luft. Die in Tabelle I angeführten Vergleichsdichten der Luft wurden mittels der Formel (14) errechnet. Hierbei wurde $R_1 = 46.415$ und $R_2 = 29.256$ gesetzt.

IV. Kritik der Messungen.

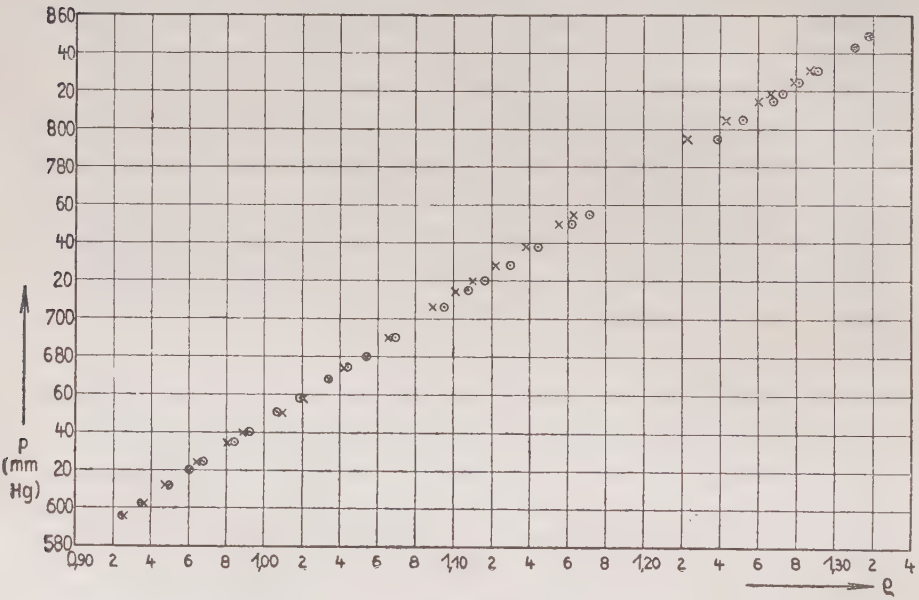
Bei einem Vergleich der in Tabelle I einander gegenübergestellten, einmal unmittelbar mit dem Versuchsgerät, im anderen Falle rechnerisch aus Druck, Temperatur und Feuchte ermittelten Werten für die Luftdichte muß berücksichtigt werden, daß die rechnerisch

gefundenen Werte selbst schon mit einer gewissen Ungenauigkeit aus Fehlern in der Ablesung der Temperatur, des Druckes und der Feuchte behaftet sind. Es konnte deshalb schon aus diesem Grunde von vornherein nicht erwartet werden, daß beide Dichtereihen vollkommen miteinander übereinstimmen.

In Figur VI ist der Verlauf der Dichtewerte der Messungen Nummer 1 bis 28 graphisch veranschaulicht, und zwar mit dem jeweiligen Luftdruck als Ordinate. Die mit dem Versuchsgerät ermittelten Luftdichten sind als Kreuze, die rechnerisch aus Druck, Temperatur und Feuchte bestimmten Vergleichswerte sind als Kreise eingetragen. In den Bereichen geringer Unterschiede zwischen dem Luftdruck der Kammer und dem der Außenluft macht sich zwischen den gemessenen und den errechneten Dichten eine größere Abweichung bemerkbar, die gegen die extremen Druckdifferenzen zwischen pneumatischer Kammer und Außenraum, besonders nach der Unterdruckseite hin wieder verschwindet. Diese Erscheinung tritt nicht nur bei den hier graphisch wiedergegebenen Werten, sondern auch durchweg bei allen Meßreihen auf. Wir sehen nun bei den hier graphisch gegenübergestellten beiden Reihen aus Messung und Rechnung, daß die durch Messungen bestimmten Luftdichten (also die Kreuze) nicht auf einer Geraden liegen, während die aus Druck, Temperatur und Feuchte bestimmten Werte (die Kreise) diese Bedingung angenähert erfüllen. Dieses allgemein auftretende Auseinandergehen beider Meßreihen in Bereichen geringer Abweichung des Kammerluftdruckes gegen den Außendruck ist dadurch verursacht worden, daß das verwendete Aneroid bei hohen Drucken versagt bzw. zu niedrige Werte angegeben hat. Da Temperatur und Feuchte nur um geringe Beträge schwankten, so mußte die rechnerisch erhaltene Reihe trotzdem angenähert eine Gerade umschreiben, weil ja die Luftdichte sich praktisch lediglich mit dem Drucke änderte und deshalb stets zu ihm proportional sein mußte. Die falsche Anzeige des Aneroids bei hohen Drucken hatte jedoch zur Folge, daß die hierbei aus Druck, Temperatur und Feuchte errechneten Luftdichten gegenüber den tatsächlichen Werten größere Abweichungen aufwiesen. Diese falschen Werte gingen dann in die Eichung ein. Da für die Eichung extreme Winkelausschläge des Meßgerätes verwendet wurden, so mußte sich der Fehler aus dem Versagen des Aneroids bei hohen Drucken naturgemäß in den mittleren, normalen Druckbereichen auswirken.

Leider konnte ein Spezialaneroid für hohe Drucke nicht beschafft werden. Da die üblichen Quecksilber-Barometer für hohe Drucke nicht verwendet werden können, so mußte schließlich die beeinträchtigte Meßgenauigkeit des verwendeten Aneroids bei hohen

Drucken mit in Kauf genommen werden. Daß der hieraus in die Konstanten des Meßgerätes eingegangene Fehler zwar in einzelnen Fällen zu größeren Differenzen führte, trotzdem aber im Mittel der Meßreihe sich noch relativ gering auswirkte, zeigen die in Figur VI graphisch veranschaulichten Meßreihen Nummer 1—28, deren mittlere Abweichung nur ± 2.1 g beträgt.

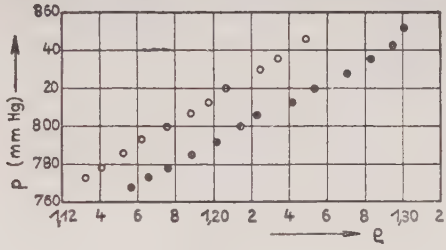


Figur VI.

Wenn man demnach bedenkt, daß die Abweichungen zwischen den gemessenen und errechneten Werten im wesentlichen nur durch das Versagen des Aneroids bei hohen Drucken hervorgerufen ist, und daß trotzdem die mittlere Abweichung zwischen den einzelnen zusammengehörigen Meßreihen relativ noch recht gering ist, so darf hieraus geschlossen werden, daß das Versuchsgerät tatsächlich eine Genauigkeit von ± 2 Gramm besitzt. Dieser Fehlerbereich ist für ballistische Zwecke bereits recht befriedigend.

Der hier geschätzte Fehler des Versuchsgerätes von 2—3 Gramm/m³ Luft reicht naturgemäß zu einer zuverlässigen Ermittlung der jeweiligen relativen Feuchte der Luft noch nicht aus, wenigstens nicht bei niedrigen und mittleren Temperaturen. Um trotzdem eine Empfindlichkeit des Meßgerätes für einen Wechsel des Feuchtegehaltes bei sonst annähernd gleichen Verhältnissen nachzuweisen,

wurden zwei Meßreihen bei verschieden hoher relativer Feuchtigkeit aufgenommen, wobei eine möglichst hohe Temperatur während der Messungen erstrebt wurde, um den Einfluß der Feuchte auf das spezifische Gewicht der Luft möglichst stark herauszuheben. Eine solche Regelung der Temperatur und der Feuchte war innerhalb gewisser Grenzen durch besondere Vorrichtungen möglich, die in der pneumatischen Kammer des Hygienischen Institutes vorhanden waren. Die Messungen Nr. 239 bis 251 wurden bei einer ungefähren relativen Feuchte von 50 %, die Messungen Nr. 252 bis 262 bei einer ungefähren relativen Feuchte von 80% durchgeführt. Figur VII



Figur VII.

stellt beide Meßreihen wieder in Abhängigkeit vom Luftdruck graphisch dar, und zwar sind die Meßpunkte der ersten Reihe durch offene Kreise, die Meßpunkte der zweiten (feuchten) Reihe durch ausgezogene Kreise dargestellt. In beiden Fällen war die Temperatur $\sim 35^0$ C.

Die durch beide Meßreihen umschriebenen Kurvenzüge unterscheiden sich durch eine ziemlich gleichbleibende, nicht zu übersehende Dichtedifferenz. Vergleicht man hiermit die in Tabelle I angeführten, aus Druck, Temperatur und Feuchte errechneten, zugehörigen Dichtewerte, so ist der Dichteunterschied zwischen den beobachteten Reihen wesentlich größer als bei den errechneten. Es ist nun sehr unwahrscheinlich, daß dieser Unterschied in den Dichtedifferenzen zwischen den beiden beobachteten und den entsprechenden beiden errechneten Reihen lediglich auf Fehler in der Genauigkeit des Versuchsgerätes zurückzuführen sein sollte, da sonst die Streuung wesentlich größer wäre. Vielmehr dürfte dieser Unterschied durch folgenden Umstand begründet sein: Die Kontrollgeräte befanden sich aus technischen Gründen nicht an derselben Stelle wie das Versuchsgerät. Der bei einer Drucksteigerung aus dem Außenraum in die Kammer hineingepreßte Frischluftstrom wird zu Inhomogenitäten führen, bei denen zwar der Luftdruck jeweils an allen Stellen der Kammer gleich hoch sein muß, aber Tempera-

turen und Feuchte an den verschiedenen Stellen der Kammer ungleich groß, also auch die Luftdichten nicht überall übereinstimmend sein dürften. Um einen vollständigen Ausgleich der Dichteunterschiede über die ganze Kammer abzuwarten, hätten die zeitlichen Abstände zwischen den einzelnen Beobachtungen sehr groß gewählt werden müssen. Diese Abweichung in den Dichteunterschieden zwischen den beobachteten und den errechneten Werten wird deshalb lediglich auf tatsächliche Dichteunterschiede zwischen den Meßorten des Versuchsgerätes und denen der Kontrollgeräte zurückzuführen sein, die durch deren verschiedene Lage zum Zuführungskanal bestimmt ist. Es ist anzunehmen, daß dieser Einfluß sich auch auf die vorhergehenden Meßreihen ausgewirkt hat, wobei allerdings die lokalen Dichteunterschiede hierbei infolge der angenäherten Gleichheit zwischen der Außentemperatur und der Kammertemperatur nicht wesentlich hervortraten.

Es muß allerdings noch hervorgehoben werden, daß auch das Versuchsgerät nicht frei von Mängeln war. Der Zeiger des Versuchsgerätes blieb bei sonst unveränderlichen Bedingungen nicht auf demselben Skalenwert stehen, sondern er pendelte durchweg mit einer Amplitude von $\pm$ 0.5 Winkelgraden, wobei diese Amplitude zeitweilig noch größere Werte annehmen konnte. Trotz aller Bemühungen gelang es nicht, diese Pendelungen des Zeigers zu unterdrücken. Selbstverständlich mußte unter diesen Zeigerschwingungen die Ablesegenauigkeit leiden. Diese Pendelungen des Zeigers dürften auf zwei Ursachen zurückzuführen sein, wobei dahingestellt sein muß, welche von beiden Ursachen den stärkeren Einfluß ausübte. Die eine Ursache ist darin zu sehen, daß die Wirbelungen in der Meßkammer Schwingungen zwischen der Luft in der Meßkammer und der Umgebung anregten. Weiterhin mußte aber die erzwungene Rotation der Luft in der Meßkammer zu verschieden langlebigen und unkontrollierbaren Wirbelgebilden führen, mit deren Aenderungen auch die mittlere Dichte in der Kammer variierte.

V. Verbesserungsvorschläge.

Die vorliegenden Versuche haben den Nachweis erbracht, daß der hier beschrittene Weg zur fortlaufenden, unmittelbaren Messung der Luftdichte durchaus gangbar ist. Die Genauigkeit des benutzten Versuchsgerätes ist sogar bereits als ausreichbar für die Zwecke der Ballistik anzusehen. Dadurch, daß für die Versuche Teile der Ranarexwaage verwendet bzw. deren konstruktive Elemente hierfür übernommen wurden, war von vornherein eine bestimmte Einseitigkeit in die Versuchsanordnung hineingetragen worden. Aber es sollte ja auch garnicht der Sinn der vorliegenden Versuche sein, ein

völlig durchkonstruiertes Meßgerät zu schaffen. Vielmehr lag den Versuchen lediglich die bescheidene Aufgabe zu Grunde, die Methode als solche in ihrer Brauchbarkeit für meteorologische Luftdichtebestimmungen nachzuprüfen.

Der elektrische Antrieb der Wirbelräder hat den Nachteil, daß ein solches Gerät nur dort verwendet werden kann, wo ein Wechselstromnetz zur Verfügung steht. Es wäre deshalb zweckmäßig, als Antrieb Federkräfte vorzusehen, wobei der unbedingt zu fordernde, gleichmäßige Ablauf durch besondere (an sich bekannte) Kontroll- und Regulierungsvorrichtungen sicher zu stellen wäre. Da die aerodynamische Wirbelkoppelung stets zu unübersichtlichen, den Zeiger beunruhigenden, veränderlichen Wirbelbildungen führen dürfte, so wäre für ein vollkommenes Gerät vorzuschlagen, das Prinzip der Wirbelbeeinflussung ganz zu verlassen und statt dessen durch einen Ventilator, ähnlich dem Aßmann'schen Aspirator, einen geradlinigen Luftstrom zu erzeugen, der einen in den infolge besonderer Beruhigungsflächen laminar fließenden Luftstrom geschalteten Widerstandskörper beeinflußt. Dieser Widerstandskörper wäre dann etwa bifilar aufzuhängen, wobei der mit der Dichte der strömenden Luft veränderliche Ausschlag entweder unmittelbar durch einen mechanischen Zeiger oder mittels eines mit dem Widerstandskörper schwingenden Spiegels durch einen Lichtzeiger kenntlich und beobachtbar gemacht werden könnte. Die Unterdrückung des Nullpunktes würde vorteilhaft durch eine in dem Kraftlinienfluß eines permanenten Magneten angeordnete, mit dem System des Luftwiderstandskörpers starr verbundene, stromdurchflossene, elektrische Spule erzielt werden können, die eine dem aerodynamischen Drehmoment entgegengesetzte Drehkraft erzeugt. Auf diesem Wege dürften sich außerordentlich empfindliche und sehr genaue Geräte für die Luftdichtemessung herstellen lassen.

Schließlich erscheint es auch nicht aussichtslos, mit dieser Methode einen Dichtemesser zu gewinnen, der in Radiosonden eingebaut und verwendet werden kann. Aehnlich wie bei den Temperaturmeßgeräten der Radiosonden müßte dann der Luftwiderstandskörper mit seiner jeweiligen, von der Dichte abhängigen Stellung den Plattenabstand eines die Sendefrequenz steuernden Kondensators regeln. Der den Widerstandskörper beeinflussende Luftstrom wäre hierbei durch einen Ventilator zu erzeugen, der durch einen Elektromotor kleinster Größe angetrieben wird. Dieser Kleinstmotor könnte aus der Sendebatterie gespeist werden.

Lebenslauf.

Am 12. September 1912 wurde ich, Walter Künzel, in Wüstewaltersdorf, Kreis Waldenburg als Sohn des Lehrers Robert Künzel und seiner Ehefrau Luise, geb. Langer geboren. Nach vierjährigem Besuch der Volksschule und zweijährigem Besuch der höheren Familienschule in Wüstewaltersdorf trat ich in das Gymnasium in Schweidnitz ein und bestand Ostern 1932 die Reifeprüfung. Ich studierte an der Universität Breslau und nach Ableistung der studentischen Arbeitsdienstpflicht in Goldberg von August bis Oktober 1933 an der Universität Berlin: Meteorologie, Ozeanographie, Physik, Mathematik und Chemie. Von Oktober 1934 bis Oktober 1935 diente ich freiwillig bei der 11. Kompanie Inf. Reg. Schweidnitz in Schweidnitz und setzte im Winter-Semester 1935/36 mein Studium an der Universität Berlin fort. Seit Mai 1936 bin ich im Meteorologischen Büro des Herrn Ministerialrat Professor Dr. Kölzer als wissenschaftliche Hilfskraft angestellt.

Meine Lehrer waren die Herren Professoren: Bartels, Bergmann, Biltz, Defant, von Ficker, Friedrichsen, Henning, Hoheisel, Kähler, Knoch, Kölzer, König, Möller, Radon, Reiche, Robitzsch, Schaefer und Wüst.

Ihnen allen, besonders aber den Herren Referenten dieser Arbeit bin ich zu Dank verpflichtet.